

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI ĐỀ THI CK PHƯƠNG PHÁP TÍNH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ CÁC LỚP CA-CLC 22,26,27 HKI Năm học 2021

ĐỀ SỐ 1
THỜI GIAN: 90'

Câu 1. Cho $f(x) = x^5 + x^4 + 40x - 3$ trên đoạn $[0, 1]$.

- Chứng minh rằng f có đúng một nghiệm trên đoạn $[0, 1]$.
- Tìm nghiệm đến $x^{(3)}$ theo phương pháp chia đôi, phương pháp Newton với $x_0 = 1$ và phương pháp dây cung với $x_0 = 0, x_1 = 1$. Đánh giá sai số.

Câu 2. a) Hãy giải hệ phương trình sau bằng phương pháp lặp Gauss – Seidel với $x^{(0)} = (0, 0, 0)$ và sai số $\varepsilon = 10^{-2}$:

$$\begin{cases} 64x_1 + 6x_2 + 8x_3 = 72 \\ 6x_1 + 32x_2 + 5x_3 = 11 \\ 8x_1 + 2x_2 + 128x_3 = 136 \end{cases}$$

b) Để đạt sai số $\varepsilon = 10^{-5}$ thì tối thiểu cần bao nhiêu bước?

Câu 3. a) Hãy sử dụng đa thức nội suy Lagrange bậc nhất, hai và ba để tính xấp xỉ giá trị hàm số $y=f(x)$ tại $x=0.08$ và 0.28 biết $f(x)$ có các giá trị sau:

x	0.0	0.1	0.2	0.3
f(x)	0.398942	0.400942	0.407001	0.417304

b) Tìm sai số thực tế biết $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$ và đánh giá cận sai số.

Câu 4. a) Hãy tính tích phân $I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-1}^1 e^{-x^2/2} dx$ theo công thức Simpson với bước $h=0.1$ và đánh

giá cận sai số. (Gợi ý: Sử dụng tính chất của hàm chẵn)

b) Đánh giá cận sai số nếu sử dụng công thức hình thang với bước $h=0.1$ như trên.

Câu 5 a) Dùng phương pháp sai phân hữu hạn để giải phương trình vi phân bậc 2 sau với

$$h=0.25: y'' + 4x^{-1}y' - 2x^{-2}y = -2x^{-3} \ln x, 1 \leq x \leq 2, y(1) = \frac{1}{2}, y(2) = \ln 2$$

b) Sử dụng kết quả phần a) và công thức nội suy Newton tiến để xây dựng đa thức nội suy bậc 4. Dùng đa thức nhận được ước lượng $y(1.2)$ và $y(1.8)$. Sai số thực tế bằng bao nhiêu, biết nghiệm

$$\text{đúng là: } y(x) = 4x^{-1} - 2x^{-2} + \ln x - \frac{3}{2}.$$

Ghi chú: Các tính toán trong bài thi thực hiện đến 6D.

Chúc các anh/chị thi tốt!